Théorie des perturbations - Défaut d'équilibre du balancier

Perturbation de période et de marche - 1ére et 2ème approximations

Balancier annulaire monométallique d'une montre bracelet

Référence :E:\Résonateur (TA)\Data\Montre HES.mcd(R)

$T_0 = 0.25\ s$ $\quad f = 4\ s^{-1}$ $\quad \omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f$ $\quad J_b = 10\,mg\cdot cm^2$ $\quad C = 6.317\times 10^{-7}\ N\cdot m$ $\quad \theta_0 = 270\,deg$

Balourd $\quad M_b = 59.5\,mg$ $\quad a_G := 0.004\cdot mm$ $\quad \beta_G := 0\cdot deg$ $\quad M_b\cdot a_G = 23.8\,10^{-6}\cdot gm\cdot cm$

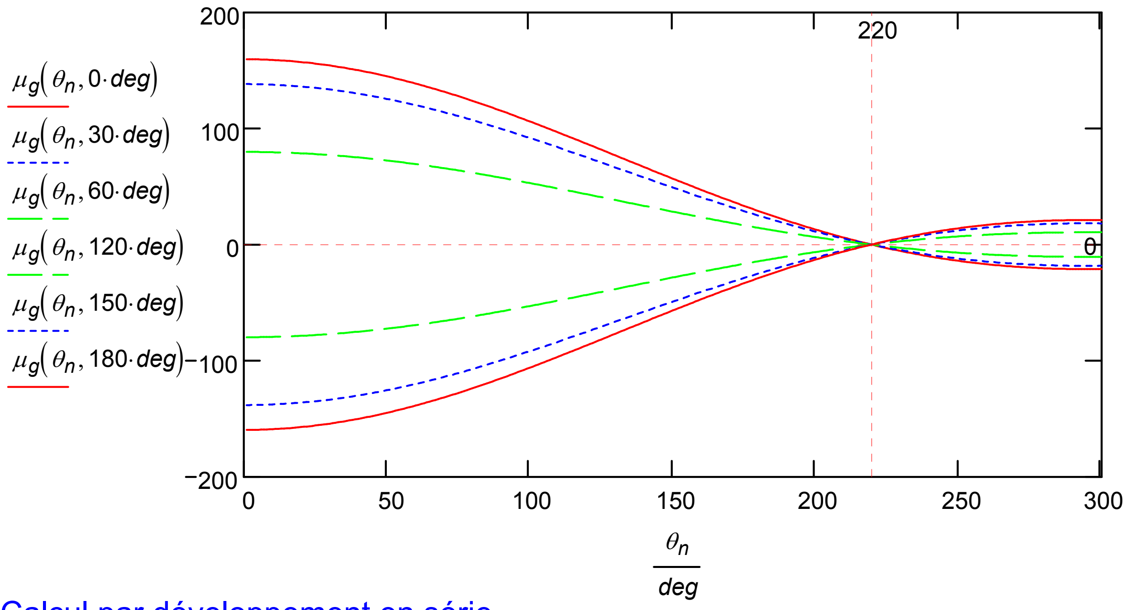
Première approximation de la théorie des perturbations

$$\Delta T(\theta_0) := \frac{-2\cdot M_b\cdot g\cdot a_G}{J_b\cdot \omega_0^{\,3}\cdot \theta_0}\cdot\int_0^{\pi} sin(\theta_0\cdot cos(\alpha)+\beta_G)\cdot cos(\alpha)\,d\alpha \qquad \mu(\theta_0) := -86400\cdot\frac{\Delta T(\theta_0)}{T_0} \qquad \mu(\theta_0) = -19.081$$

$$\Delta T(\theta_0,\beta) := \frac{-2\cdot\pi\cdot M_b\cdot g\cdot a_G}{J_b\cdot \omega_0^{\,3}}\cdot\frac{J1(\theta_0)}{\theta_0}\cdot cos(\beta) \qquad \mu_g(\theta_0,\beta) := -86400\cdot\frac{\Delta T(\theta_0,\beta)}{T_0} \qquad \mu_g(\theta_0,\beta_G) = -19.081$$

Amplitude isochrone $\quad racine(J1(\theta_0),\theta_0) = 219.541\,deg$

$\theta_n := 1\cdot deg, 2\cdot deg .. 300\cdot deg$



Calcul par développement en série

$$n := 1, 2 .. 8 \qquad \mu_d(\theta_0) := 86400\cdot\frac{M_b\cdot g\cdot a_G\cdot cos(\beta_G)}{2\cdot J_b\cdot\omega_0^{\,2}}\cdot\left[1+\sum_n \frac{(-1)^n\cdot\theta_0^{\,2\cdot n}}{2^{2\cdot n}\cdot(n+1)\cdot(n!)^2}\right] \qquad \mu_d(\theta_0) = -19.081$$

Seconde approximation de la perturbation de période

$$F(\alpha,\theta_0) := \frac{-M_b \cdot g \cdot a_G}{J_b \cdot \omega_0^{\,2}} \cdot \sin(\theta_0 \cdot \cos(\alpha) + \beta_G)$$

$$u(\alpha,\theta_0) := \frac{-M_b \cdot g \cdot a_G}{J_b \cdot \omega_0^{\,2}} \cdot \cos(\theta_0 \cdot \cos(\alpha) + \beta_G)$$

$$h(\alpha,\theta_0) := \int_0^{\alpha} F(\alpha',\theta_0) \cdot \sin(\alpha')\, d\alpha'$$

$$L_2(\theta_0) := \int_0^{2\cdot\pi} \left(2 \cdot F(\alpha,\theta_0) \cdot \cos(\alpha) - \theta_0 \cdot u(\alpha,\theta_0)\right) \cdot h(\alpha,\theta_0)\, d\alpha \qquad L_2(\theta_0) = -3.19 \times 10^{-5}$$

$$K_2(\theta_0) := \int_0^{2\cdot\pi} F(\alpha,\theta_0)^2\, d\alpha \qquad K_2(\theta_0) = 5.067 \times 10^{-5}$$

Correction de marche à 270deg d'amplitude

$$\Delta\mu_2(\theta_0) := -86400 \cdot \frac{K_2(\theta_0) + L_2(\theta_0)}{2 \cdot \pi \cdot \theta_0^{\,2}} \qquad \Delta\mu_2(\theta_0) = -0.012 \qquad \frac{\Delta\mu_2(\theta_0)}{\mu_g(\theta_0,\beta_G)} = 0.061\,\%$$

Correction de marche pour différentes amplitudes

$$\theta_n := 50 \cdot deg, 60 \cdot deg \,..\, 300 \cdot deg$$